vivo, si avvicina probabilmente di più a quella dei cromosomi isolati: questo stato di cose, però, vale per le specie i cui cromosomi sono stati isolati. Restano moltissimi organismi tuttora inesplorati sotto questo punto di vista, ai quali non si sa se le stesse vedute siano generalizzabili. Un punto importante, ad esempio, che non si chiarisce, riducendo tutto il contenuto del nucleo ai soli cromosomi isolati, concerne i cromocentri. Nel genere *Drosophila* questi hanno un aspetto insieme citologicamente e geneticamente tipico (cioè rappresentano ammassi di cromatina compatta, quasi priva di geni principali, e vengono detti eterocromatici); in altri casi sussiste il criterio citologico, anche se con maggiori incertezze nell'attribuirvi il significato genetico ora ricordato. In alcuni esempi, però (anche fuori delle drosofile), sembra impossibile poter negare che il cromocentro o i cromocentri esistano anche *in vivo*, e non si contrappongano strutturalmente e morfologicamente ai cromosomi isolati. La relazione tra questi ultimi e i cromocentri, come pure una più esatta analisi dei caratteri differenziali fra cromosomi interfasici e mitotici, rappresentano i due più importanti obbiettivi della ricerca microscopica sulla cromatina; e quest'ultimo non solo per chiarire fino a che punto sia valido il concetto di despiralizzazione nell'interfase e spiralizzazione nella mitosi, ma anche per stabilire la lunghezza effettiva dei cromosomi interfasici, cioè dei cromosomi durante la fase di attività genica. Molti aspetti della evoluzione degli assetti cromosomici potranno, infatti, essere chiariti da confronti fra la lunghezza dei cromosomi interfasici isolati di specie affini.

Summary

The author describes the consecutive steps in the investigation of the resting nucleus, and distinguishes a first approach using embedding and microtome technique, a second stage based on the preparation of smearings or squashes, and, thirdly, the isolation of chromatic threads (isolated chromosomes). The squash or smearing method reveals a number of different structures in different cell types and systematic species.

The question of the reliability of these structures is discussed with the following conclusions: no general model of the resting nucleus is available at the present time. In the material studied up to now with the technique of the chromosome isolation, the smeared nuclei seem to show structures which are useful for many purposes but not identical with the living structures, which are probably more closely related to the isolated chromosomes.

The isolated chromosomes, as compared with the mitotic ones, can provide new information on the spiralisation cycle, and on the length of the threads during the stage of genic activity.

Brèves communications - Kurze Mitteilungen
Brevi comunicazioni - Brief Reports

Les théorèmes de Laplace sur les perturbations séculaires dans les éléments vectoriels des orbites planétaires

En utilisant les deux vecteurs

$$\mathfrak{C} = [\mathfrak{r}\,\mathfrak{v}], \qquad \mu = f(M + m),$$
$$\mathfrak{D} = [\mathfrak{v}\,\mathfrak{C}] - \frac{\mu}{r}\mathfrak{r} \qquad |\mathfrak{C}| = C; \ |\mathfrak{D}| = D; \ |\mathfrak{r}| = r \qquad (1)$$

définissant dans le problème des deux corps un vecteur des aires $\mathfrak{C}$ et un autre $\mathfrak{D}$ situé dans le grand axe a avec le module $D = \mu e$, M. Milankovitch[1] a traduit les équations de la mécanique céleste dans le langage du calcul vectoriel. Pour éviter les moyens de la théorie des perturbations, W. Lenz[2] avait déjà introduit ailleurs le «vecteur de l'axe» $\mathfrak{D}$ dans le calcul des perturbations de l'électron d'hydrogène selon la théorie des quanta de Bohr.

[1] M. Milankovitch, Bull. Acad. Sci. math. nat., Belgrade (1939).
[2] W. Lenz, Z. Physik *24*, 197 (1924).

En remplaçant par les deux vecteurs $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ les variables canoniques de la mécanique céleste

$$h = e\sin\pi, \quad l = e\cos\pi; \quad p = \operatorname{tg} i \sin\Omega, \quad q = \operatorname{tg} i \cos\Omega,$$

on peut obtenir des valeurs aussi simples pour les expressions

$$\langle C_i\, C_j\rangle = \frac{\partial\mathfrak{r}}{\partial C_i}\cdot\frac{\partial\mathfrak{v}}{\partial C_j} - \frac{\partial\mathfrak{r}}{\partial C_j}\cdot\frac{\partial\mathfrak{v}}{\partial C_i} \ (D_1 = C_4,\ D_2 = C_5, D_3 = C_6)$$

indépendantes du temps, nommées «les crochets de Lagrange» des éléments canoniques, quoique les vecteurs fondamentaux eux-mêmes compliqués dépendent des nouveaux «vecteurs canoniques» $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, c'est-à-dire

$$\mathfrak{r} = \frac{C^2}{\mu^2 - D^2}\cdot\frac{\mu\cos u - D}{D}\,\mathfrak{D} + \frac{C\sin u}{D\sqrt{\mu^2 - D^2}}\,[\mathfrak{C}\,\mathfrak{D}],$$
$$\mathfrak{v} = -\frac{\mu\sqrt{\mu^2 - D^2}}{C\,D}\cdot\frac{\sin u}{\mu - D\cos u}\,\mathfrak{D}$$
$$+ \frac{\mu^2 - D^2}{C^2\,D}\cdot\frac{\cos u}{\mu - D\cos u}\,[\mathfrak{C}\,\mathfrak{D}].$$

Les $2 \cdot 3$ composantes des vecteurs $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ correspondent aux 6 éléments elliptiques des orbites. A cause de la relation de l'orthogonalité

$$(\mathfrak{C}\ \mathfrak{D}) = C_1 D_1 + C_2 D_2 + C_3 D_3$$

il n'y a que 5 éléments indépendants entre eux. C'est pourquoi on introduit un nouvel élément, comme le temps τ de périhélie donné par l'équation de Képler

$$\frac{(\mu^2 - D^2)^{3/2}}{C^3}(t-\tau) = \mu u - D \sin u,$$

si bien que les crochets de Lagrange sont à construire à partir des 7 éléments C_1, C_2, C_3, D_1, D_2, D_3, τ qui se réduisent d'après MILANKOVITCH aux valeurs très simples

$$\begin{aligned} \langle C_1 C_2\rangle &= \langle C_2 C_3\rangle = \langle C_3 C_1\rangle = \langle C_1 D_1\rangle = \langle C_2 D_2\rangle \\ &= \langle C_3 D_3\rangle = \langle D_1 D_2\rangle = \langle D_2 D_3\rangle = \langle D_3 D_1\rangle = 0; \\ \langle C_1 D_2\rangle &= \langle D_1 C_2\rangle = \frac{D_3}{D^2};\ \langle C_2 D_3\rangle = \langle D_2 C_3\rangle = \frac{D_1}{D^2}; \quad (2) \\ \langle C_3 D_1\rangle &= \langle D_3 C_1\rangle = \frac{D_2}{D^2};\quad \langle D_1 \tau\rangle = \frac{D_1}{C^2};\quad \langle D_2 \tau\rangle = \frac{D_2}{C^2}; \\ \langle D_3 \tau\rangle &= \frac{D_3}{C^2};\ \langle C_1 \tau\rangle = \frac{\mu^2 - D^2}{C^4} C_1;\ \langle C_2 \tau\rangle = \frac{\mu^2 - D^2}{C^4} C_2; \\ \langle C_3 \tau\rangle &= \frac{\mu^2 - D^2}{C^4} C_3. \end{aligned}$$

Les crochets de Lagrange se retrouvent comme coefficients dans les équations différentielles des éléments perturbés

$$\sum_{j=1}^{6} \langle C_i C_j\rangle \frac{dC_j}{dt} = \sum_{j=1}^{6} \left(\frac{\partial \mathfrak{r}}{\partial C_i} \cdot \frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial C_j} - \frac{\partial \mathfrak{r}}{\partial C_j} \cdot \frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial C_i}\right) \frac{dC_j}{dt} = \frac{\partial R}{\partial C_i}, \quad (3)$$

équations qui résultent des deux conditions de Lagrange

$$\begin{aligned} \delta \mathfrak{r} &= 0, \\ \delta \mathfrak{v} &= (\operatorname{grad} R)\, dt \end{aligned} \quad (4)$$

pour la variation des constantes du mouvement képlérien sans perturbations par rapport aux éléments des orbites dépendantes du temps, éléments osculatrices influencés par la fonction perturbatrice:

$$R = \sum_k f m_k \left(\frac{1}{\varrho_{ik}} - \frac{\mathfrak{r}_{ik}}{r_k^3}\right)$$

(m_k planète perturbante, ϱ_{ik} vecteur de la distance $m_i - m_k$) dans le problème des n corps, si l'on néglige des perturbations d'ordre supérieur.

Au moyen des deux vecteurs $\mathfrak{C}$ et $\mathfrak{D}$, le système (3) se transforme à cause de (2) dans les trois équations

$$\begin{aligned} &\left[\mathfrak{D}\frac{d\mathfrak{C}}{dt}\right] - \frac{\mu^2 - D^2}{C^2} \cdot \frac{D^2}{C^2} \mathfrak{C} \frac{d\tau}{dt} + D^2 \operatorname{grad}_{\mathfrak{C}} R = 0, \\ &\left[\mathfrak{D}\frac{d\mathfrak{D}}{dt}\right] - \frac{D^2}{C^2} \mathfrak{D} \frac{d\tau}{dt} + D^2 \operatorname{grad}_{\mathfrak{D}} R = 0, \quad (5) \\ &\frac{d}{dt}\left(\frac{\mu^2 - D^2}{C^2}\right) = 2\frac{\partial R}{\partial \tau}. \end{aligned}$$

Pour simplifier les symboles, le nouveau vecteur de BILIMOVITCH[1]

$$\operatorname{grad}_{\mathfrak{A}} R = \frac{\partial R}{\partial A_1} u_1 + \frac{\partial R}{\partial A_2} u_2 + \frac{\partial R}{\partial A_3} u_3$$

(u_1, u_2, u_3 vecteurs d'unité) qui représente le gradient partiel d'un scalaire R se rapportant au vecteur $\mathfrak{A}$ est introduit dans le système (5).

Grâce aux vecteurs $\mathfrak{C}$ et $\mathfrak{D}$ l'intégrale des forces vives dans le problème des deux corps peut se mettre sous la forme

$$T + U = -\frac{1}{2}\left(\frac{\mu^2 - D^2}{C^2}\right) = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r}$$

(U énergie potentielle, T énergie cinétique). La troisième équation du système (5) représente d'autre part la variation séculaire de l'énergie totale des constantes des énergies successives qui varient périodiquement entre les orbites osculatrices de la planète perturbée

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\mu^2 - D^2}{C^2}\right) = 0.$$

Ainsi résulte immédiatement des équations différentielles (5) concernant les variations des éléments vectoriels des orbites:

Lemme I: *La fonction perturbatrice R est une indépendante séculaire du temps du passage de périhélie de la planète perturbée.*

Par conséquent il est possible de déduire ce théorème classique sans développer la fonction perturbatrice en une série de Fourier

$$\begin{aligned} R = \sum F(a, a', e, e', i, i') \cos\{(nt + \varepsilon)\, j + (n't + \varepsilon')\, j' \\ + k\pi + k'\pi' + s\,\Omega + s'\,\Omega'\} \end{aligned}$$

(j, k, s, j', k', s' nombres entiers, $\varepsilon = \pi - n\tau$, a', e', i' éléments de la planète perturbante). On arrive pour l'ordinaire à la loi de la construction des membres trigonométriques où l'on conclue à la suppression de τ dans les grandeurs séculaires.

L'interprétation du lemme I donne le résultat: Le temps de périhélie τ correspond à la sixième composante C_6 non indépendante des autres C_1, C_2, C_3, C_4, C_5. Mais cette suppression de τ est sans importance. Comme la théorie classique des perturbations l'a démontré, le temps de périhélie τ qui détermine la fréquence de révolution de l'orbite osculatrice késplérienne est une constante séculaire.

La relation

$$\frac{\mu^2 - D^2}{C^2} = \frac{\mu}{a}$$

donne immédiatement aussi le théorème II: *Le grand axe $2a$ et à cause de la relation $\mu = n^2 a^3$ la fréquence de la révolution de la planète perturbée sont des invariables séculaires* (LAPLACE, 1773).

J. O. FLECKENSTEIN

Institut d'Astronomie et de Météorologie pe l'Université de Bâle (Binningen), le 25 janvier 1952.

Zusammenfassung

Die Einführung geeigneter Vektoren von LENZ-MILANKOVITCH erlaubt, die Lagrangeschen Differentialgleichungen für die gestörten vektoriellen Bahnelemente der Planeten in eine Form zu bringen, aus welcher mittels des Energiesatzes die säkulare Unveränderlichkeit der grossen Halbachse (und damit der Umlaufsfrequenz) sowie die säkulare Unabhängigkeit der Störungsfunktion von der Perihelzeit des gestörten Planeten unmittelbar gefolgert werden kann.

[1] A. BILIMOVITCH, Glas Akademije Beograd *128*, 117 (1927) (en serbe, avec extrait en français).